



TITLE:

On the classification of quasitoric manifolds over dual cyclic polytopes(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Hasui, Sho

CITATION:

Hasui, Sho. On the classification of quasitoric manifolds over dual cyclic polytopes. 京都大学, 2016, 博士(理学)

ISSUE DATE:

2016-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k19469>

RIGHT:

学 位 審 査 報 告 書

(ふ り が な) 氏 名	はすい しょう 蓮井 翔
学位 (専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 号
学位授与の日付	平成 年 月 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科 数学・数理解析 専攻
(学位論文題目) On the classification of quasitoric manifolds over dual cyclic polytopes (双対巡回多面体上の擬トーリック多様体の分類について)	
論 文 調 査 委 員	(主査) 岸本 大祐 准教授 加藤 毅 教 授 藤原 耕二 教 授

理 学 研 究 科

京都大学	博士（理 学）	氏 名	蓮井 翔
論文題目	On the classification of quasitoric manifolds over dual cyclic polytopes		
(論文内容の要旨)			
<p>擬トーリック多様体はなめらかかつ射影的なトーリック多様体のトポロジーク的な一般化として Davis と Januszkiewicz が導入したトーラス作用をもつ多様体であり，トーリックトポロジーにおける中心的研究対象である．トーリック多様体が扇という組み合わせ的対象と対応するのと同様に，擬トーリック多様体は単純凸多面体とその面の構造をもとに定まる特性写像（行列）から構成され，擬トーリック多様体の多くの構造が組み合わせ的に表現される．例えば（同変）コホモロジーは多面体と特性写像を用いて与えることができる．ここから，擬トーリック多様体の（同変）コホモロジーの構造が多面体と特性写像の情報をどの程度反映するのかという疑問が自然に生じる．大阪市立大学の枘田幹也氏は擬トーリック多様体の同変コホモロジーから多面体と特性写像の情報が完全に復元されることを証明し，擬トーリック多様体の同変同相類はその同変コホモロジーにのみ依存することを証明した．これをもとに擬トーリック多様体の同相類はコホモロジーにのみ依存する，すなわち，コホモロジーが（連続写像から導かれるかはわからない写像により）同型であるとき，擬トーリック多様体は同相であると予想した．この性質のことをコホモロジー剛性という．擬トーリック多様体の分類は多くの研究者によって研究されており，特に，コホモロジー剛性の視点からの研究は盛んに行なわれている．これまでにコホモロジー剛性が証明されている擬トーリック多様体は単体やふたつの単体の積という非常に単純な凸多面体上のもの，すなわち単純な対称性をもつ擬トーリック多様体のみであったが，本論文において双対巡回多面体という，より複雑な対象性をもつ，組み合わせ論的に重要な多面体上の擬トーリック多様体のコホモロジー剛性がある程度の次元まで証明された．巡回多面体は同次元の凸多面体のうち，最も面の数が多いもので，組み合わせ論において非常に重要とされており，その対称性は Gale により組み合わせ的に表現されている．本論文では，この対称性をもとに特性写像の（非）存在を示すことにより，与えられた双対巡回多面体上に擬トーリック多様体が存在するかどうかを決定し，さらに擬トーリック多様体の弱同変同相類を完全に決定した．その後，弱同変同相類のコホモロジーを比較することにより分類を行った．本研究はその後もトーリックトポロジーにおける重要な位置を占めており，本論文の結果と手法は現在標準的なものとして用いられている．</p> <p>以上が本論文の主要結果である。</p>			

(論文審査の結果の要旨)

擬トーリック多様体はなめらかかつ射影的なトーリック多様体のトポロジー的な一般化として Davis と Januszkiewicz が導入したトラス作用をもつ多様体であり、トーリックトポロジーにおける中心的研究対象である。トーリック多様体が扇という組み合わせ的対象と対応するのと同様に、擬トーリック多様体は単純凸多面体とその面の構造をもとに定まる特性写像(行列)から構成され、擬トーリック多様体の多くの構造が組み合わせ的に表現される。ここで、多面体が多様体の基本的な対称性を表し、特性写像はその基本対称性に従ったより細かな対称性を表す。例えば(同変)コホモロジーは多面体と特性写像を用いて与えることができる。ここから、擬トーリック多様体の(同変)コホモロジーの構造が多面体と特性写像の情報をどの程度反映するのかという疑問が自然に生じる。大阪市立大学の栢田幹也氏は擬トーリック多様体の同変コホモロジーから多面体と特性写像の情報が完全に復元されることを証明し、擬トーリック多様体の同変同相類はその同変コホモロジーにのみ依存することを証明した。これをもとに擬トーリック多様体の同相類はコホモロジーにのみ依存する、すなわち、コホモロジーが(連続写像から導かれるかはわからない写像により)同型であるとき、擬トーリック多様体は同相であると予想した。この性質のことをコホモロジー剛性という。擬トーリック多様体の分類は多くの研究者によって研究されており、特に、コホモロジー剛性の視点からの研究は盛んに行なわれている。本論文では、これまでコホモロジー剛性問題が考えられてきた擬トーリック多様体に比べて複雑である、双対巡回多面体上の擬トーリック多様体のコホモロジー剛性を扱っている。巡回多面体の対称性は組み合わせ的に表現されており、本論文では、この対称性をもとに特性写像を調べることにより、擬トーリック多様体の弱同変同相類を完全に決定した。その後、弱同変同相類のコホモロジーを比較することにより分類を行った。本研究はその後モトーリックトポロジーにおける重要な位置を占めており、本論文の結果と手法は現在標準的なものとして用いられている。

よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について平成28年1月26日に試問を行った結果、合格と認めた。